

Tìm hiểu sự phân bố lưu lượng và dao động mực nước triều dọc theo cửa sông: áp dụng với một số cửa sông Miền Bắc

Sinh viên thực hiện:	Chu Văn Tùng	54B2
	Đông Thị Dung	54B2
	Nguyễn Thị Thu Trang	54B2
	Vũ Đình Dũng	54B2
Giáo viên hướng dẫn:	Nguyễn Quang Chiến	

TÓM TẮT

Hiện nay, vùng cửa sông đang được khai thác với nhiều mục đích khác nhau như nông nghiệp, nuôi trồng thủy sản, giao thông vận tải... Đặc biệt vùng cửa sông Hồng - Thái Bình - Nam Định đang phát triển nuôi trồng thủy sản mặn - lợ rất mạnh mẽ. Như vậy việc đánh giá, tính toán, dự báo sự phân bố lưu lượng và dao động mực nước triều dọc theo cửa sông là rất cần thiết.

Phần đầu của báo cáo sẽ tìm hiểu đặc điểm hình học của một số cửa sông miền Bắc; dựa vào công cụ Google Earth và so sánh với số liệu khảo sát của Savenije (2012). Các nhân tố ảnh hưởng đến chế độ thủy động lực bao gồm: thủy triều và dòng chảy sông phía thượng lưu (bỏ qua tác động của sóng). Nhóm đã thử áp dụng công thức nghiệm giải tích để tìm quá trình mực nước và lưu lượng trong sông.

I. Đặt vấn đề

Ở nước ta hiện nay, vùng ven bờ cửa sông đang được khai thác và sử dụng một cách ồ ạt với nhiều mục đích khác nhau. Vùng cửa sông Việt nam nói chung và vùng cửa sông thuộc hệ thống sông Hồng - Thái Bình – Nam Định nói riêng đang được quy hoạch sử dụng diện tích mặt nước, chuyển đổi từ diện tích trồng lúa sang nuôi trồng thủy sản mặn - lợ phát triển rất mạnh ở Nam Định, Ninh Bình, Thái Bình, Hải Phòng. Nhưng diễn biến của các quá trình thủy lực: dao động mực nước, biến đổi lưu lượng,... cùng với những biến đổi của chất lượng nước (mặn, các yếu tố dinh dưỡng...) theo thời gian (ngày đêm, con nước triều, mùa) và không gian (dọc sông) lại chưa được nghiên cứu đánh giá đầy đủ. Vì vậy, vấn đề được đặt ra là tính toán diễn biến của mực nước và lưu lượng ở các cửa sông Ninh Cơ, Trà Lý, Ba Lạt, Đáy dưới ảnh hưởng của điều kiện địa hình, tự nhiên, thủy triều, lưu lượng nước sông tại lưu vực. Đề xuất giải pháp lấy nước ngọt cho đời sống và sản xuất nông nghiệp và lấy nước mặn - lợ cho nuôi trồng thủy sản tại các vùng cửa sông.

Cửa sông có thể xem như một tuyến nối mở rộng của một dòng sông tới biển và được điều khiển bởi hoạt động thủy triều xâm nhập từ biển và dòng nước ngọt chảy ra từ sông trong một hệ thống thủy lực phức tạp gồm những lòng dẫn và vùng nước.

Nước ở vùng cửa sông ven biển luôn có sự vận động. Dưới tác dụng của các lực ở phía trong lục địa và phía ngoài biển: dòng chảy từ sông ra do nước nguồn đổ về, dòng triều ngoài biển, dòng chảy sóng (do sóng gió), dòng mật độ do sự chênh lệch mật độ nước sông và nước biển. Khi các dòng chảy hình thành lại chịu tác động của lực Coriolis làm cho dòng chảy ở đây biến đổi khá phức tạp.

II . Các quá trình vật lý

2.1 Các yếu tố thủy động lực học thủy triều

- Thủy triều là sự lên xuống của nước biển theo chu kì do sức hấp dẫn vũ trụ của mặt trăng, mặt trời với trái đất. Chuyển động của thủy triều là chuyển động có chu kì dài: một ngày (Sóng nhật triều), nửa ngày (Sóng bán nhật triều). Dao động của thủy triều cũng có thể theo hướng đứng hoặc hướng ngang.

- Lưu lượng sông và ma sát đáy gây ra sự lệch pha giữa thủy triều hướng ngang (vận tốc dòng chảy) và thủy triều hướng đứng (mực nước). Thủy triều hướng ngang đảo ngược sớm hơn thủy triều hướng đứng, và cũng có độ lệch pha giữa vận tốc gần đáy và vận tốc gần mặt. Vận tốc đáy đảo ngược sớm hơn vận tốc mặt, đặc biệt là khi nước lặn vào kỳ nước ròng, độ sâu nước nhỏ và ma sát đáy lớn. Điều này có thể giải thích như sau: vận tốc gần đáy nhỏ hơn vận tốc gần mặt là do ma sát đáy, gradient áp suất ngang phát sinh bởi gradient mặt nước không đổi theo độ sâu. Kết quả là động lượng chất lỏng hướng ngang thấp hơn gần đáy có thể sớm bị thống trị bởi gradient áp suất hơn là động lượng chất lỏng cao hơn ở mặt nước.

Ngoài ra, cửa sông còn chịu ảnh hưởng của lượng nước sông. Xét Q_r = lưu lượng sông từ thượng lưu không đổi. Tuy nhiên trong phạm vi cửa sông, lưu lượng sẽ khác. Tuy nhiên trong phạm vi cửa sông, lưu lượng sẽ khác Q_r do dao động thủy triều chồng lên.

Trường hợp không có ma sát đáy lưu lượng dao động thủy triều sẽ cùng pha với mực nước thủy triều. Nếu có ma sát đáy thì sự đảo hướng của lưu lượng thủy triều sẽ xuất hiện sớm hơn sự đảo hướng của mực nước thủy triều. Độ lớn thủy triều giảm khi ma sát đáy tăng.

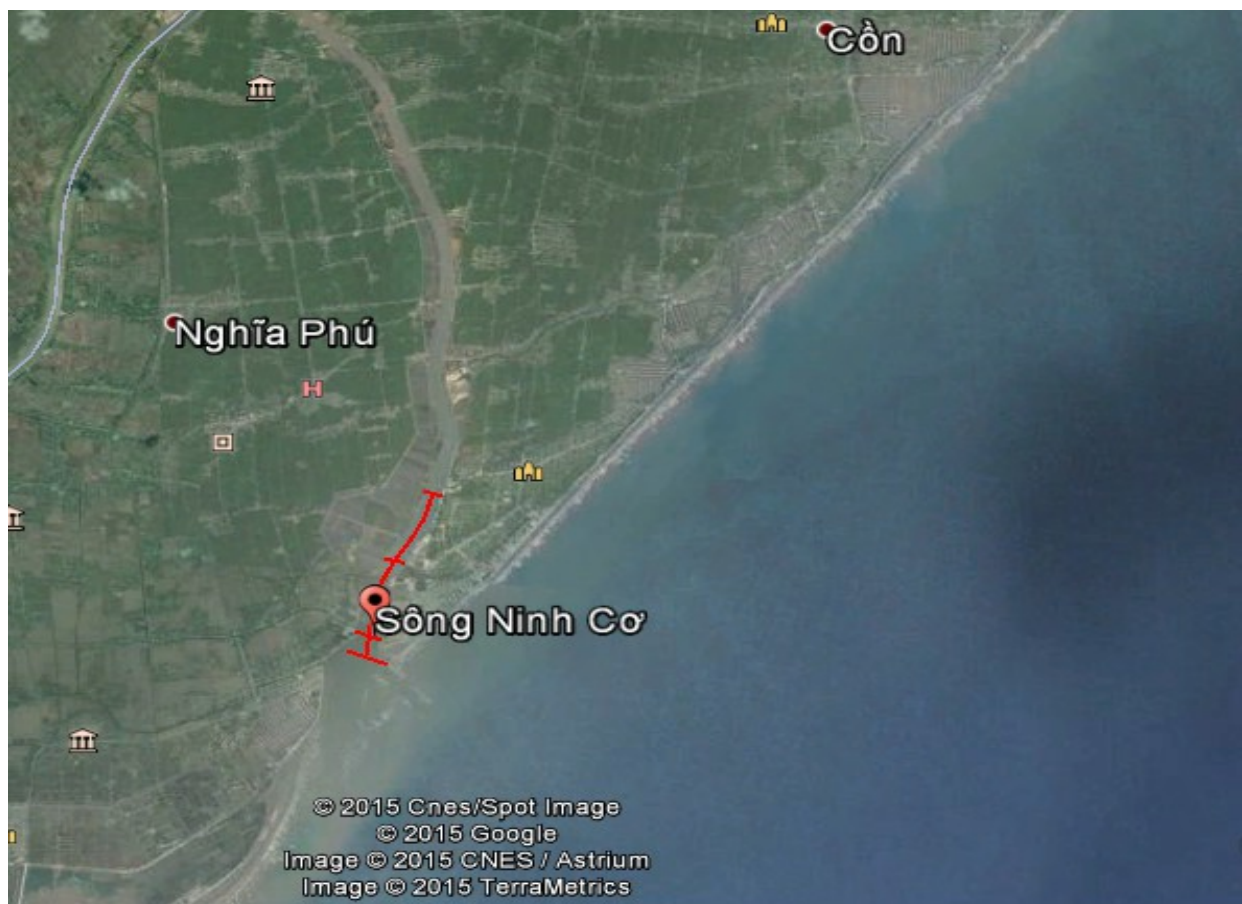
Khi lưu lượng sông Q_r nhỏ, độ dài thâm nhập thủy triều lớn hơn và biên độ thủy triều lớn hơn tại một vị trí nhất định so với lưu lượng sông lớn. Lưu lượng triều lên giảm khi lưu lượng sông tăng, cùng lúc đó thời gian triều xuống tăng lên.

Độ dốc đáy cũng có ảnh hưởng không nhỏ đến đặc điểm dòng chảy cửa sông. Khi độ dốc đáy tăng, lưu lượng sông không đổi, độ dài thâm nhập thủy triều nhỏ hơn bởi vận tốc dòng chảy tại biên sông sẽ tăng do độ dốc tăng và độ sâu giảm.

Lãng trụ triều là khối nước chuyển động vào, ra vịnh triều trong một chu kì triều.

2.2 Sơ bộ về hình dạng các cửa sông thuộc khu vực Bắc Bộ ta chọn để nghiên cứu

* Ninh Cơ: Khu vực nghiên cứu là vùng cửa sông ven biển thuộc các huyện Hải Hậu và Nghĩa Hưng tỉnh Nam Định, nơi có cửa sông Ninh Cơ (cửa Lạch Giang) đổ trực tiếp ra biển. Sông Ninh Cơ là một nhánh sông phân lưu của dòng chính sông Hồng, chảy hoàn toàn trên địa phận tỉnh Nam Định. Sông Ninh Cơ chảy gần như hình sin theo hướng Bắc Đông Bắc - Tây Nam với chiều dài khoảng 55 kilomet, đem lại nguồn nước và phù Nham trên bờ biển Nam Định tuyến đường bờ biển vùng cửa Ninh Cơ.



Hình 1: Ảnh bản đồ cửa sông Ninh Cơ (Google Earth)

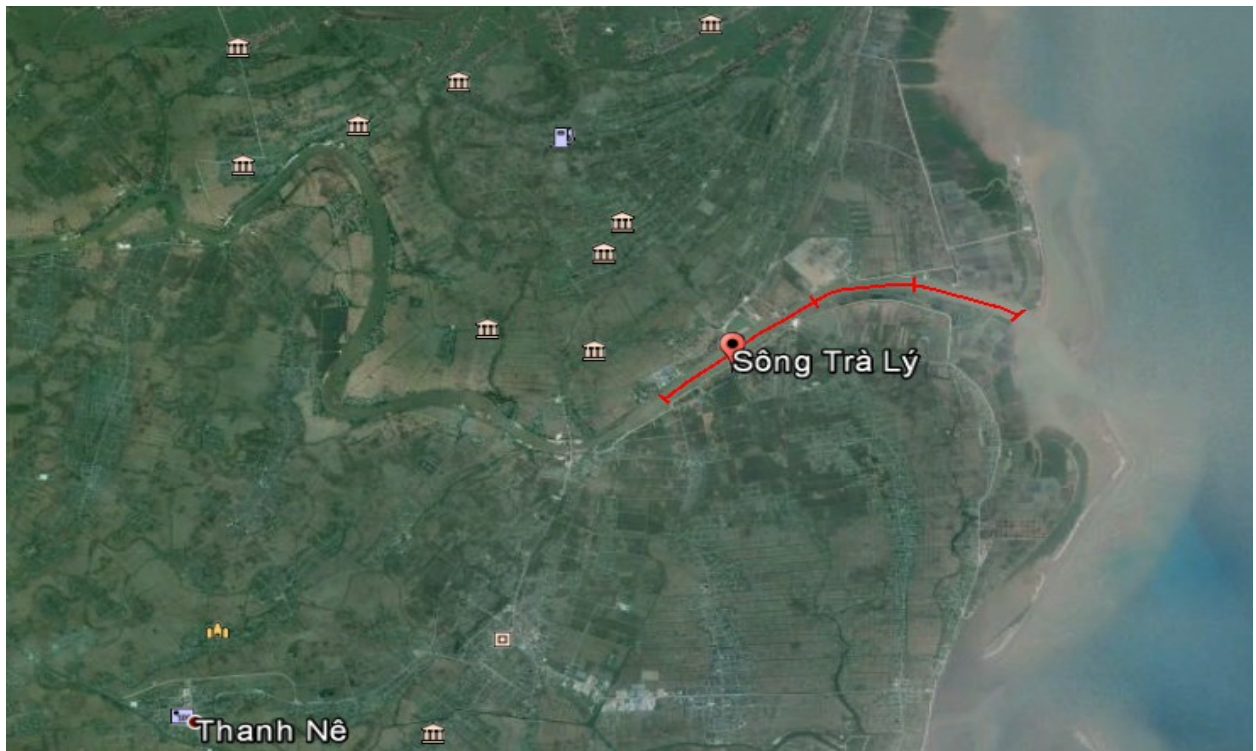
* Sông Đáy: đoạn qua địa phận tỉnh Nam Định được bổ sung lượng nước từ sông Đào tại ngã ba Độc Bộ, sông đổ trực tiếp ra biển qua cửa Đáy. Giữa sông Đáy và sông Ninh Cơ có sự trao đổi nước qua kênh Quần Liêu. Gần đến biển, sông Đáy chuyển hướng từ Tây Bắc-Đông Nam sang Đông Bắc-Tây Nam rồi đổ ra vịnh Bắc Bộ ở Cửa Đáy.



Hình 2: Ảnh bản đồ cửa sông Đáy (Google Earth)

* Sông Trà Lý là một phân lưu của sông Hồng chảy ngang qua tỉnh Thái Bình gần như theo hướng Tây Tây Bắc-Đông Đông Nam với một vài đoạn uốn cong, chiều dài khoảng 67 km. Điểm cuối là cửa Trà Lý đổ ra biển Đông, ranh giới giữa hai xã Thái Đô (huyện Thái Thụy) và xã Đông Hải (huyện Tiền Hải) cùng tỉnh Thái Bình.

* Cửa Ba Lạt: là một cửa sông delta điển hình, trong đó yếu tố sông chiếm địa vị quan trọng, đặc biệt là dòng bùn cát của sông Hồng. Càng tiến ra biển, con sông càng mở rộng, đảo chắn cửa là yếu tố đặc thù của cửa Ba Lạt.



Hình 3: Ảnh bản đồ cửa sông Trà Lý (Google Earth)



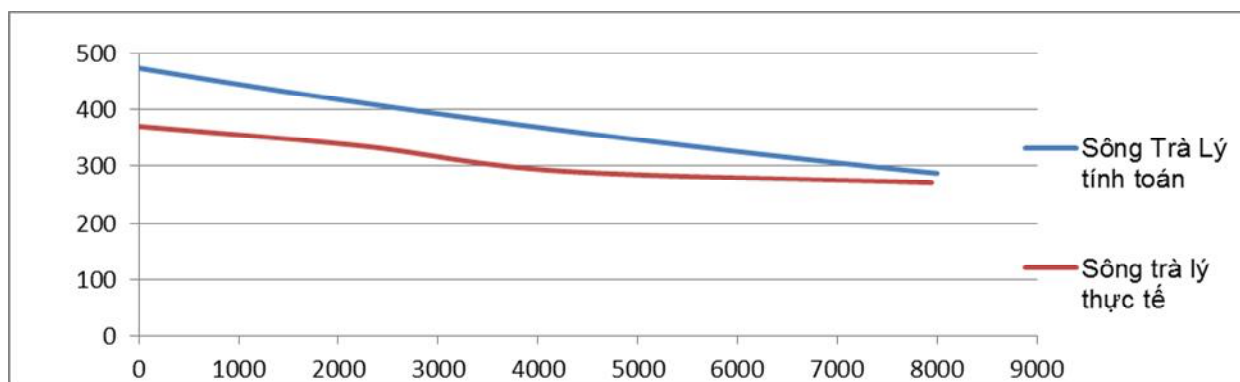
Hình 4: Ảnh bản đồ cửa sông Ba Lạt (Google Earth)

III. Bề rộng sông so với công thức thực nghiệm

Trên cơ sở đo bản đồ như chỉ ra ở các Hình 1-4, ta thu được một bảng số liệu $B \sim x$. Mặt khác, sử dụng công thức thực nghiệm về bề rộng sông (Savenije 2012) để tính toán, vẽ biểu đồ mô tả hình dạng các cửa sông:

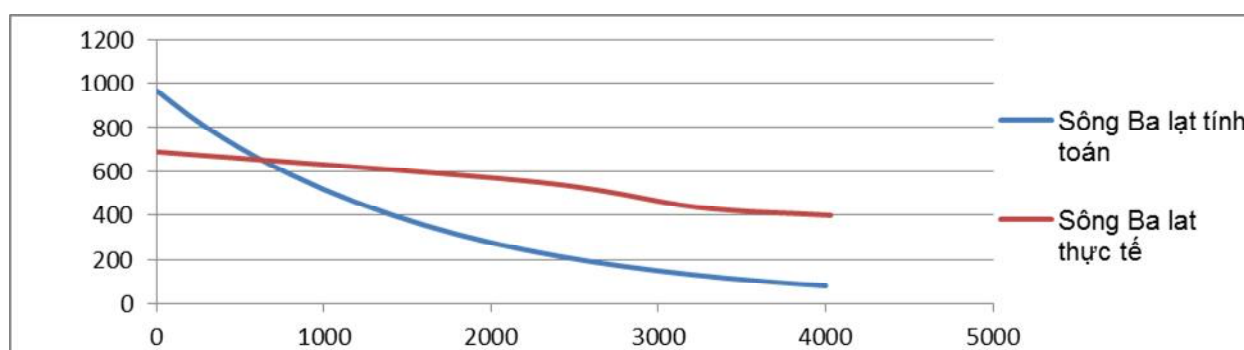
$$B = B_0 \exp\left(\frac{-X}{b}\right)$$

Ta thu được các biểu đồ Hình 5-8.



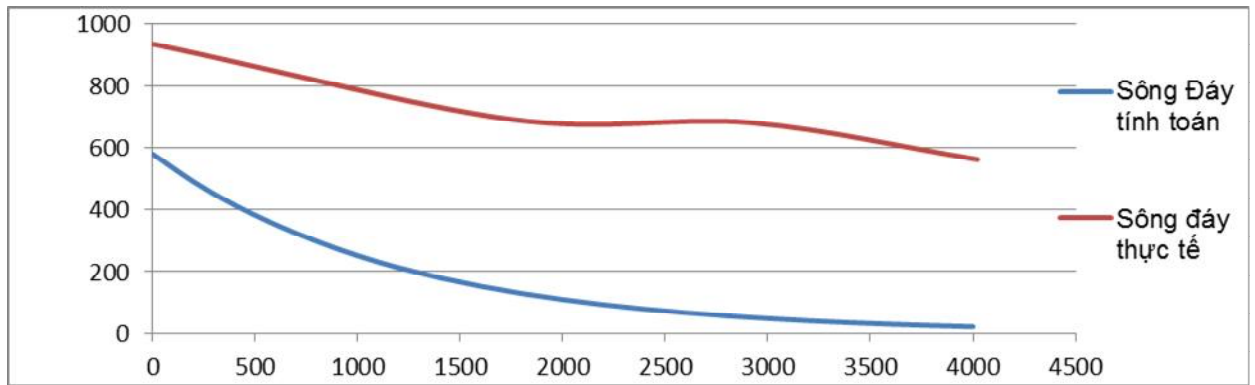
Hình 5: Biểu đồ sông quan hệ $B \sim X$ sông Trà Lý tính toán và thực tế đo đạc.

Từ biểu đồ ta thấy giá trị tính toán quan hệ giữa $B \sim X$ tương tự quan hệ giữa $B \sim X$ thực tế ta đo trên google earth của sông Trà Lý. Đường biểu đồ biểu thị giá trị đo thực tế có dạng gần giống đường của hàm mũ e^{-x} .



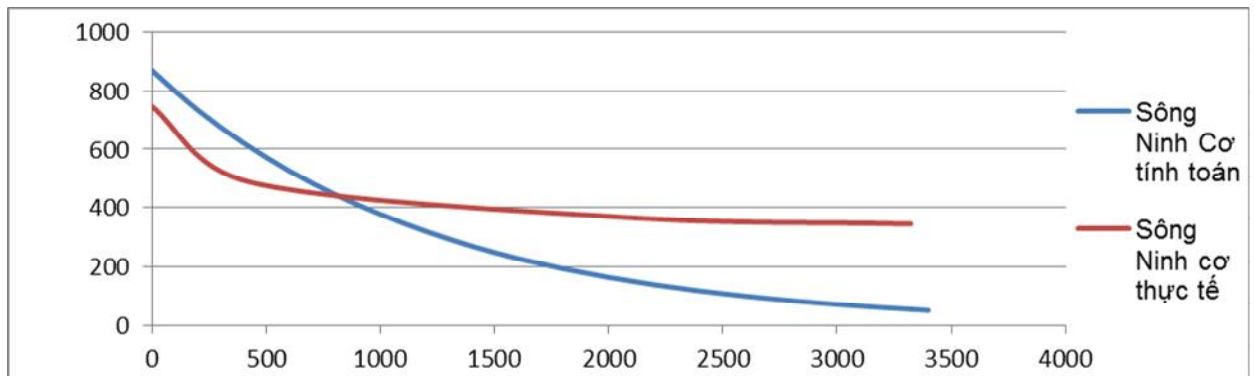
Hình 6: Biểu đồ sông quan hệ $B \sim X$ sông Ba Lạt tính toán và thực tế đo đạc.

Từ biểu đồ ta thấy quan hệ $B \sim X$ theo thực tế không phải là đường cong như quan hệ $B \sim X$ tính toán. 2 quan hệ giữa tính toán và thực tế trên sông Ba Lạt vẫn có sự sai khác.



Hình 7: Biểu đồ sông quan hệ B~X sông Đáy tính toán và thực tế đo đạc.

Từ biểu đồ hình 7 ta thấy đường biểu thị quan hệ B~X thực tế có dạng gần giống với đường biểu thị quan hệ B~X theo tính toán. Tuy nhiên 2 đường biểu thị quan hệ này vẫn có sự khác nhau.



Hình 8: Biểu đồ sông quan hệ B~X sông Ninh Cơ tính toán và thực tế đo đạc.

Từ biểu đồ hình 8 ta thấy quan hệ B~X của sông Ninh Cơ giữa giá trị thực tế và giá trị tính toán có dạng hàm e^{-x} , 2 đường quan hệ này cắt nhau tại 1 điểm.

Như vậy có thể thấy sự thay đổi bề rộng sông đo được cũng giảm dần khi đi từ cửa biển lên thượng nguồn, nhưng độ dốc chưa được phù hợp so với các thông số mà Savenije (2012) đã xác định. Trong các phần tiếp theo, nhóm cố gắng dùng công cụ toán học để tính ra mực nước và lưu lượng dọc sông.

IV. Mô hình toán

*Phương trình liên tục :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$$

*Phương trình động lượng (Saint Venant) :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\alpha \frac{Q^2}{A} \right] + gA \frac{\partial H}{\partial x} + g \frac{Q|Q|}{C^2 R A} = 0$$

Trong đó:

Q: lưu lượng dòng chảy qua diện tích mặt cắt ướt A(m³/s)

x: biến không gian (đọc theo dòng chảy hay trục sông) (m)

t: biến thời gian tính toán (giây)

q: lưu lượng bổ sung dọc tuyến (vuông góc với trục sông) (m²/s)

A: diện tích mặt cắt ướt (m²)

h: mực nước trên mặt chuẩn (m)

C: hệ số Chezy(m^{0.5}/s)

R: bán kính thủy lực (m)

α : Hệ số phân phối mô men động lượng.

V. Chương trình tính toán

Áp dụng nghiệm giải tích (xem Bài giảng *Mực nước - dòng chảy*) để tính toán:

*Tốc độ truyền sóng:

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{c_0 \sqrt{2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{m^2 A^2}{\omega^2}}}}$$

Trong đó:

ω là tần số góc của sóng (rad/s)

k là số sóng

c_0 là tốc độ truyền sóng (lý thuyết) (m/s)

A là diện tích mặt cắt ướt (m²)

m là trung bình của ma sát trong 1 chu kỳ triều (1/s.m²), m được xác định bởi:

$$m = \frac{g|Q|}{C^2 A^2 R} \quad (1/s.m^2)$$

trong đó:

C là hệ số Chezy (C=50 m^{1/2}/s)

R là bán kính thủy lực.

g là gia tốc trọng trường.

Từ quan hệ này có thể kết luận với 2 trường hợp sau:

$$m = 0 \text{ (không có ma sát): } c = \frac{c_0\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{gA}}{b}$$

$$m \neq 0 \text{ (có ma sát): } c = \frac{c_0\sqrt{2}}{\text{một đại lượng } > \sqrt{2}} < c_0$$

- Sự tắt dần của sóng triều được xác định bằng đại lượng $e^{\lambda x}$ trong nghiệm tổng quát. Mực nước (η) trong vùng cửa sông ảnh hưởng triều được cho bởi:

$$\eta = \hat{\eta}_0 e^{\lambda x} \cos(\omega t + kx)$$

trong đó:

$\hat{\eta}_0$ là biên độ sóng tại $x=0$

$\hat{\eta}_0 e^{\lambda x}$ là biên độ sóng, hàm phụ thuộc vào x .

Sự giảm dần của biên độ:

$$\lambda = \frac{\omega \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{m^2 A^2}{\omega^2}}}}{c_0 \sqrt{2}} \text{ (m}^{-1}\text{)}.$$

Và lưu lượng dọc theo vùng cửa sông là:

$$Q = Q_0 + b\hat{\eta}_0 \omega \frac{e^{\lambda x}}{\lambda^2 + k^2} [\lambda \sin(\omega t + kx) - k \cos(\omega t + kx)]$$

Trong đó: Q_0 là hằng số tích phân. Thành phần thứ hai là phần dao động mà được thêm vào lưu lượng không đổi Q_0 .

λ là độ chiết giảm biên độ sóng.

Nghiệm lưu lượng tại một điểm x dọc sông có thể được tìm như sau:

- bỏ qua ma sát:

$$Q = Q_0 - \frac{b\hat{\eta}_0 \omega}{k} \cos(\omega t + kx)$$

- xét tới ma sát:

$$Q = Q_0 - b\hat{\eta}_0 \omega \frac{e^{\lambda x}}{\lambda^2 + k^2} k \cos(\omega t + kx) + b\hat{\eta}_0 \omega \frac{e^{\lambda x}}{\lambda^2 + k^2} \lambda \sin(\omega t + kx).$$

Áp dụng nghiệm giải tích trên để tính toán ra dạng đường quá trình mực nước theo cụ thể của các cửa sông: Sông Đáy, Sông Ninh Cơ, Sông Trà Lý, Sông Ba Lạt. Số liệu các cửa sông được lấy theo Savenije (2012) trên Bảng 1.

Bảng 1. Tính toán đặc trưng của các cửa sông, A_0 , R_0 và Q lấy theo Savenije (2012).

	Ngày	A_0 (m ²)	R_0 (m)	T (s)	K	Q (m ³ /s)
S.Trà Lý	15/12/2008	1940	4	86400	0,21	140
	9/3/2009	1940	4	86400	0,21	110
Ninh Cơ	15/12/2008	2950	3	86400	0,27	84
	9/3/2009	2950	3	86400	0,27	66
Sông Đáy	15/12/2008	2950	5	86400	0,24	308
	9/3/2009	2950	5	86400	0,24	242
Ba Lạt	15/12/2008	4350	5	86400	0,18	350
	9/3/2009	4350	5	86400	0,18	275

* Sông Trà Lý: tính cho ngày 15/12/2008

$$u = \frac{Q}{A} = \frac{140}{1940} = 0,0722 \text{ (m/s)}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{86400} = 7,27 \times 10^{-5} \text{ (rad/s)}$$

$$\text{Có } m = \frac{g|Q|}{c^2 A^2 R} = \frac{g}{c^2 R A} \frac{|Q|}{A} = \frac{g|u|}{c^2 A R}$$

$$\rightarrow mA = \frac{g|u|}{c^2 R} = \frac{10 \cdot |0,0722|}{50^2 \cdot 3,9} = 7,21 \times 10^{-5}$$

$$\frac{m^2 A^2}{\omega^2} = \frac{(7,40 \cdot 10^{-5})^2}{(7,3 \cdot 10^{-5})^2} = 0,99$$

Thay vào biểu thức tính c :

$$c = \frac{c_0 \sqrt{2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{m^2 A^2}{\omega^2}}}} = \frac{c_0 \sqrt{2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + 0,99}}} \approx 0,91 c_0$$

$$\rightarrow c_0 = \sqrt{gh} = \sqrt{10 \cdot 4} = \sqrt{40} \approx 6,32 \text{ (m/s)}$$

$$\rightarrow c = 0,91 \cdot \sqrt{40} = 5,76 \text{ (m/s)}$$

$$\lambda = \frac{\omega \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{m^2 A^2}{\omega^2}}}}{c_0 \sqrt{2}} = \frac{7,27 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{-1 + \sqrt{1 + 0,99}}}{\sqrt{40} \sqrt{2}} = 5,21 \cdot 10^{-6} \text{ (m}^{-1}\text{)}.$$

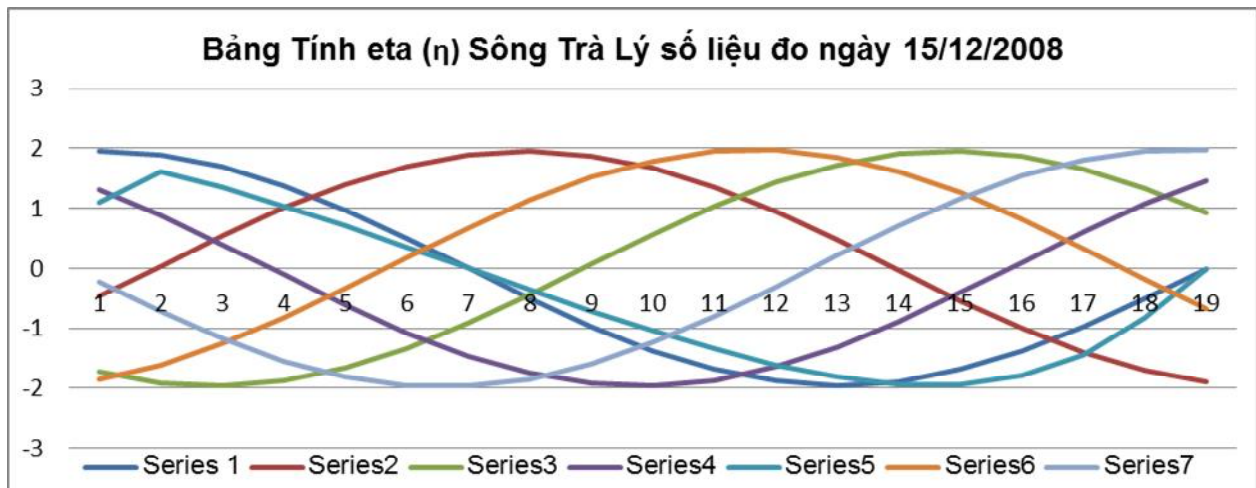
Áp dụng tính tương tự cho các cửa sông với các số liệu còn lại ta có bảng kết quả sau:

Bảng 2: Kết quả tính cho các cửa sông

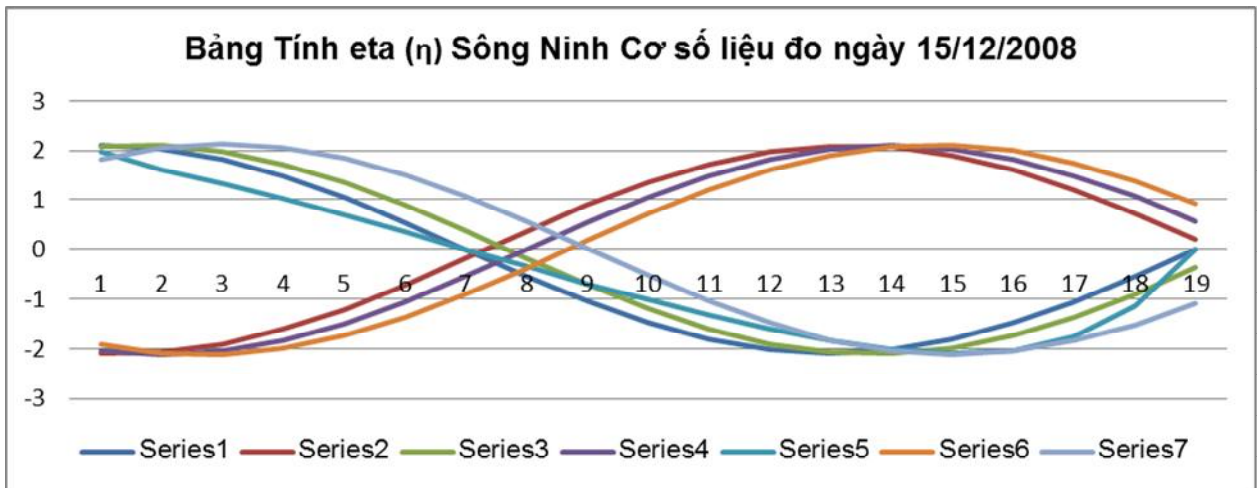
	Ngày	c_0 (m/s)	c (m/s)	λ (m ⁻¹)
s.Trà Lý	15/12/2008	6,32	5,76	$5,21 \cdot 10^{-6}$
	9/3/2009	6,32	5,93	$4,22 \cdot 10^{-6}$
Ninh Cơ	15/12/2008	5,48	5,30	$3,35 \cdot 10^{-6}$
	9/3/2009	5,48	5,36	$2,68 \cdot 10^{-6}$
S.Đáy	15/12/2008	7,07	6,29	$5,26 \cdot 10^{-6}$
	9/3/2009	7,07	6,52	$4,30 \cdot 10^{-6}$
Ba Lạt	15/12/2008	7,07	6,54	$4,20 \cdot 10^{-6}$
	9/3/2009	7,07	6,72	$3,38 \cdot 10^{-6}$

Thay vào công thức nghiệm giải tích ta vẽ được đường quá trình mặt nước trong sông suốt thời gian 18 h, mỗi trường hợp được xét đến 7 vị trí khác nhau trong sông: $X_1 = 0$ (cửa sông giáp biển), $X_2 = 500$ m (cách cửa sông 500 m), ..., $X_7 = 3000$ m. Kết quả thể hiện trên các biểu đồ Hình 9 – 16.

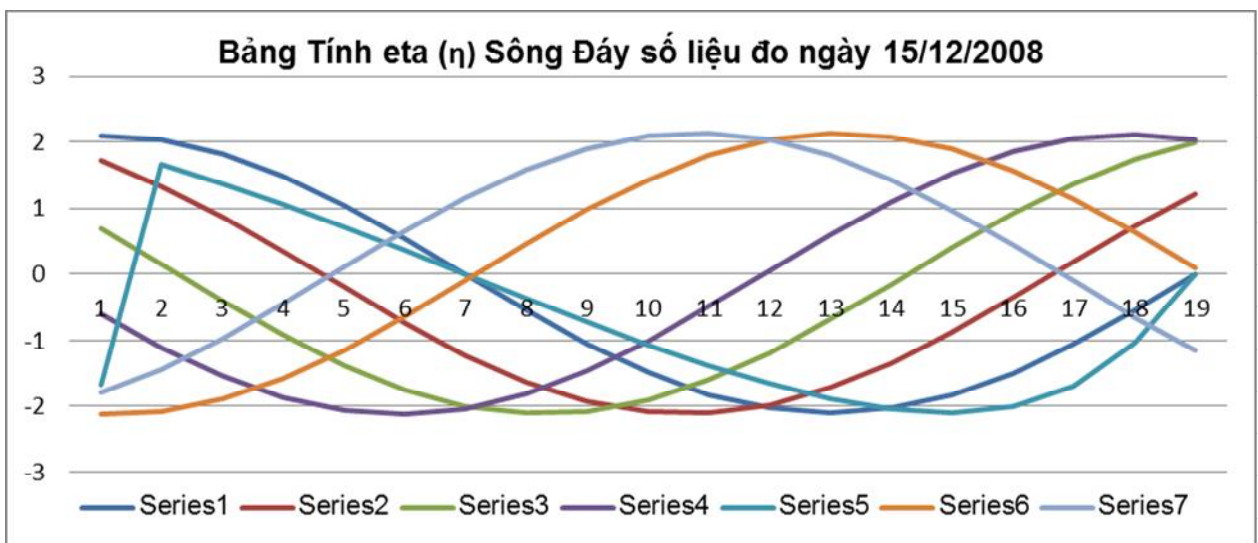
Áp dụng công thức tính η ta có được biểu đồ η thay đổi theo thời gian và theo chiều dọc sông :



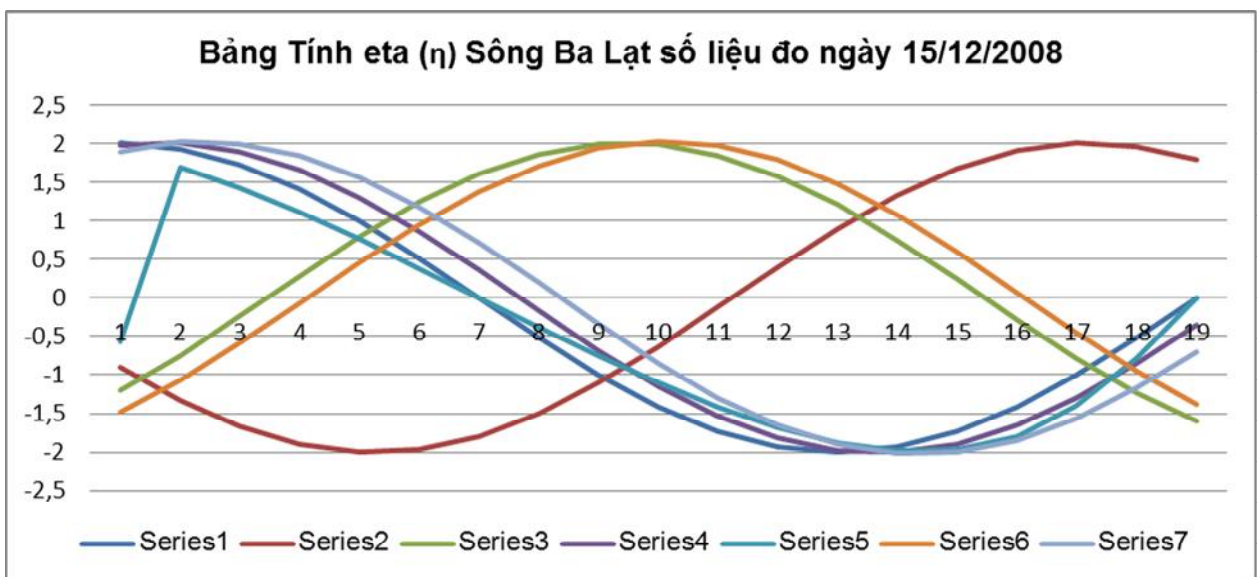
Hình 9: Đường mức nước trong sông (Trong đó: Series 1 – Series 7 là giá trị của η ứng với $X_1 - X_7$)



Hình 10: Đường mực nước trong sông (Trong đó: Series 1 – Series 7 ứng với $X_1 - X_7$).

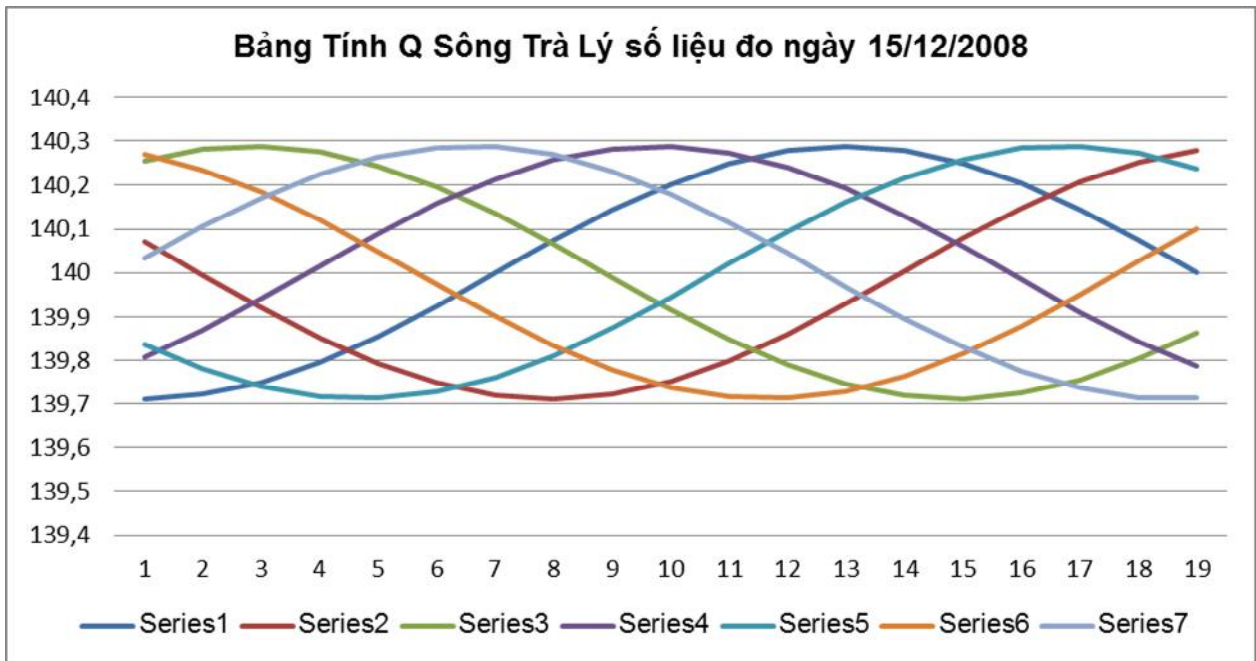


Hình 11: Đường mực nước trong sông (Trong đó: Series 1 – Series 7 ứng với $X_1 - X_7$)

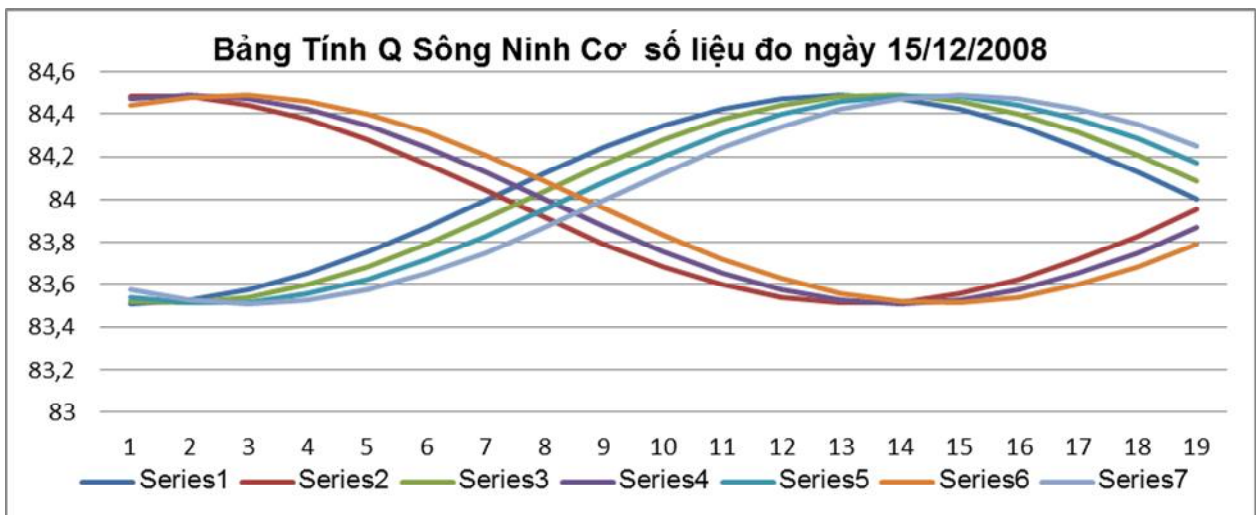


Hình 12: Đường mực nước trong sông (Series 1 – Series 7 ứng với $X_1 - X_7$)

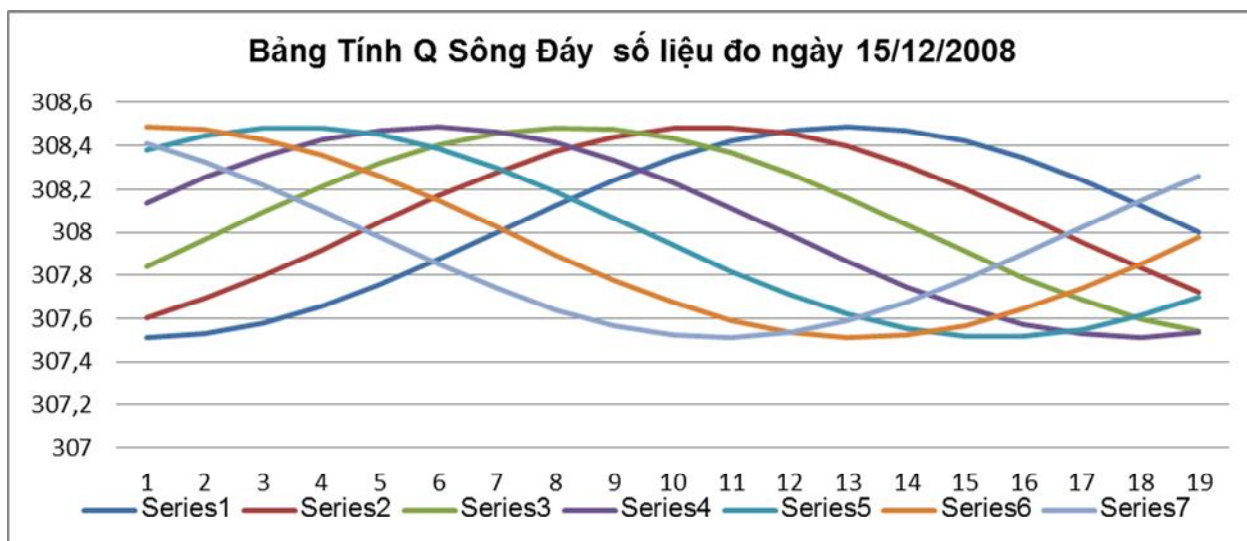
* Áp dụng công thức tính Q ta có được biểu đồ Q thay đổi theo thời gian và theo chiều dọc sông :



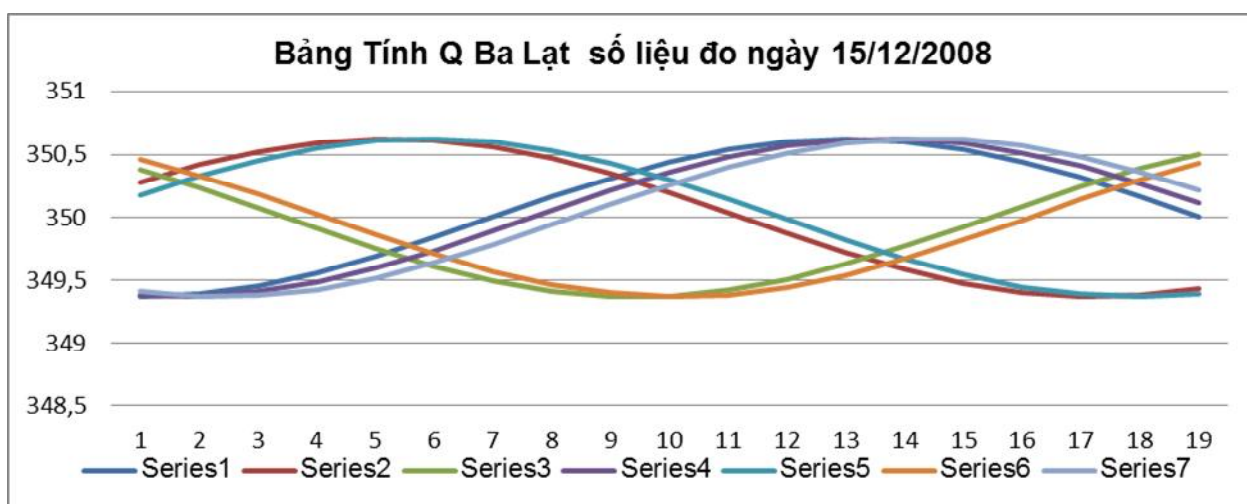
Hình 13: Đường mực nước trong sông (Trong đó: Series 1 – Series 7 là giá trị của η ứng với $X_1 - X_7$)



Hình 14: Đường mực nước trong sông (Trong đó: Series 1 – Series 7 là giá trị của η ứng với $X_1 - X_7$)



Hình 15: Đường mực nước trong sông (Trong đó: Series 1 – Series 7 là giá trị của η ứng với $X_1 - X_7$)



Hình 16: Đường mực nước trong sông (Trong đó: Series 1 – Series 7 là giá trị của η ứng với $X_1 - X_7$)

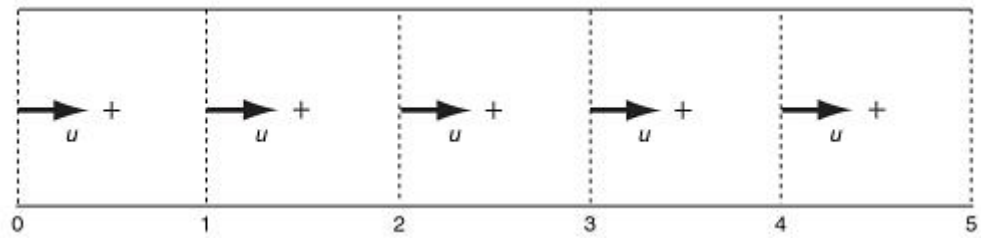
VI . Phân tích số trị và kết luận

Phần tìm hiểu mô hình này đã mô tả ứng dụng của mô hình số trị một chiều đơn giản (Hearn 2008), với cách mô hình hóa sai phân hữu hạn (*finite difference*) để cho ta thấy được sự biến đổi về đường mực nước theo thời gian diễn ra tại vùng cửa sông. Chia khu vực cửa sông thành N đoạn đều nhau, đoạn đầu tiên (mặt cắt số 0, Hình 13) ứng với vị trí tiếp giáp với biển. Ban đầu mực nước đều bằng 0. Điều kiện biên là dao động điều hòa

của mực nước phía biển:

$$\eta_{biển} = a * \sin(2 * \pi * \frac{t}{T})$$

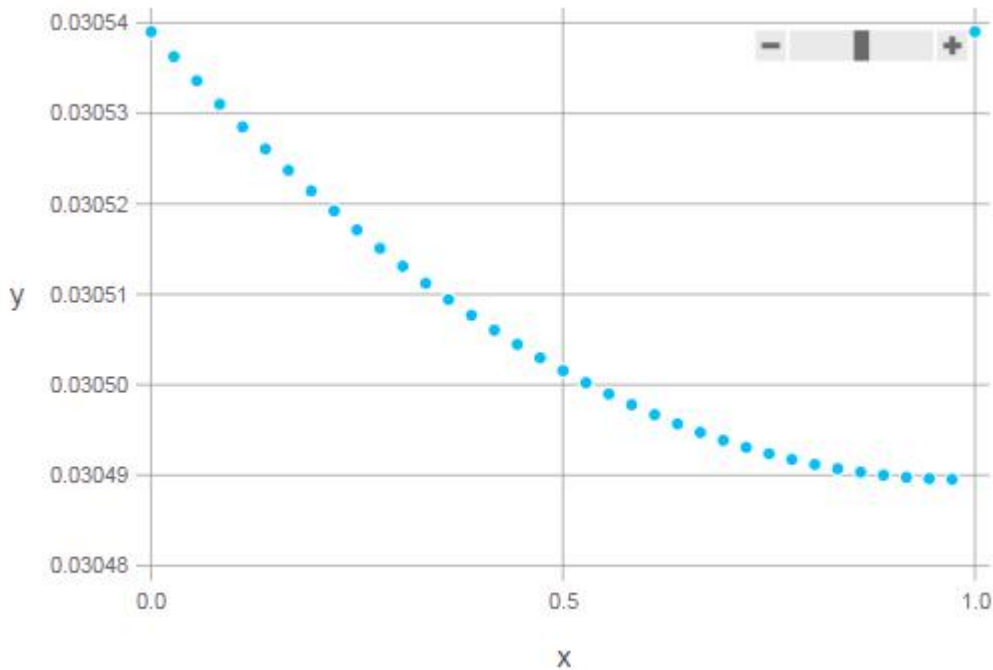
Các tham số đầu vào gồm có: N (số điểm chia), dx (khoảng cách giữa các điểm), dt (khoảng thời gian giữa các điểm), u (lưu tốc), px (độ dốc cao độ), ux (độ chênh lệch lưu tốc theo không gian), η (cao độ mặt nước).



Hình 17: Sơ đồ biểu diễn phương pháp sai phân hữu hạn.

Trên cơ sở đó, nhóm đã chuyển thuật toán thành một chương trình bằng ngôn ngữ lập trình Julia (www.julialang.org), một ngôn ngữ hỗ trợ tính toán kiểu như MATLAB. Mã lệnh chương trình được liệt kê trong phụ lục.

Từ kết quả tính toán ta có thể biểu diễn được biểu đồ biểu thị đường mực nước trong cửa sông tại các thời điểm khác nhau theo hướng của trục Ox , ta thấy đường mực nước biến đổi tuyến tính ở vùng cửa sông tới thượng lưu đường mực nước dần chuyển thành pháp tuyến với mặt cắt sông ở thượng lưu.



Hình 18: Đường mực nước sông Trà Lý theo mô hình hóa Finite Difference

Bên cạnh những ưu điểm mà mô hình mang tới thì cũng có một số mặt hạn chế trong bài nghiên cứu này vì trong bài này ta xét bề rộng sông (B) và độ sâu (h) là không đổi trên sông, ta xét dòng một chiều và bỏ qua ảnh hưởng của sóng tại vùng cửa sông. Tại thượng lưu giả thiết không có lưu lượng chảy qua và thượng lưu đóng kín vì thế lưu lượng mực nước phía thượng lưu có xu hướng nằm ngang.

Nếu có điều kiện tiếp tục nghiên cứu, nhóm sẽ mở rộng mô hình để tính đến sự biến đổi bề rộng sông.

Kết luận

Qua nghiên cứu này, nhóm đã tìm hiểu hình thái và cơ chế thủy lực cửa sông. Dựa theo số liệu do Savenije (2012) thu thập và các công thức giải tích, quá trình mực nước và lưu lượng cửa sông (Trà Lý, Đáy, Ba Lạt, Ninh Cơ) đã được tìm ra. Dĩ nhiên, tính toán chỉ áp dụng với thủy triều đều (biên độ không đổi) và chưa phản ánh được điều kiện thực tế.

Tài liệu tham khảo

[1] Vũ Minh Cát, Giáo trình *Cơ sở kỹ thuật bờ biển*

[2] Nguyễn Văn Lai, Nguyễn Thị Phương Thảo, 2006, *Bài giảng Mực nước - Dòng chảy*.

[3] Hearn, C. (2008) *Dynamics of Coastal Models*, Cambridge University Press.

[4] Savenije, H.H.G (2012) *Salinity and Tides in Alluvial Estuaries*, 2nd revised edition:

www.salinitiesandtides.com

Phụ lục

```
N = 36;
dx = 1/N
dt = 0.01;
a = 1.4;
initial_eta = 0.;
sum = 0;
u = [1:N+1]*0.;
ux = [1:N+1]*0.;
eta = [1:N]*0.;
px = [1:N]*0.;
for i = 1:N;
eta[i] = initial_eta;
end;
u[N + 1] = 0;
tau = 1;
T = 86400;
t = 0;
nbien = a*sin(2*pi*t)/T;
for tt = 0:30000;
t = tt/100;
for i = 2:N;
px[i] = (eta[i] - eta[i - 1]) / dx;
end; px[1] = (eta[1] - a*sin(2*pi*t/T)) / dx ;
for i = 1:N;
u[i] = u[i] + dt*(-px[i] - u[i]/tau);
end;
for i = 1:N;
ux[i] = (u[i + 1] - u[i])/dx;
end;
for i = 1:N;
eta[i] = eta[i] - dt*ux[i];
sum = sum + eta[i];
end;
```